

# 金利期間構造に含まれる情報 ---主要先進国の債券市場データを用いた検証

一橋大学大学院 経営管理研究科  
金融戦略・経営財務プログラム  
IM17F004  
岩井達矢

# 目次

---

1. はじめに
2. 金利期待仮説
3. Spanning仮説
4. 実証研究
  1. 自国マクロ経済指標
  2. 海外マクロ経済指標
  3. 海外金利期間構造
5. まとめ

# 1. はじめに

- Spanning仮説とは、現在の金利期間構造に将来の金利と超過リターンに関する全ての情報が含まれるとする仮説。
- 長期金利は、将来の短期金利と超過リターンの情報に分解することができる。

$$y_t^{(n)} = \underbrace{\frac{1}{n} E_t}_{\text{長期金利}} \left( \underbrace{\sum_{j=1}^n y_{t+j-1}^{(1)}}_{\text{将来の短期金利の期待値}} \right) + \underbrace{\frac{1}{n} E_t}_{\text{タームプレミアム}} \left( \sum_{j=1}^n h_{pr} x_{t+j}^{(n-j+1)} \right)$$

- 投資家は、現在予測する将来の短期金利と将来の超過リターンを基にして現在の長期債の価格を決定する。

将来の超過リターンを予測するのに、イールドカーブ以外の情報は有効か

# 表記法

---

- $t$  時点における満期  $n$  年、額面 1 の割引債の対数価格

$$p_t^{(n)} = t \text{ 時点における満期 } n \text{ 年の割引債の対数価格}$$

- 対数イールド

$$y_t^{(n)} = -\frac{1}{n} p_t^{(n)}$$

- $t$  時点の  $n-1$  年先 1 年対数フォワード金利

$$f_t^{(n-1 \rightarrow n)} = p_t^{(n-1)} - p_t^{(n)}$$

- $t$  時点で満期  $n$  年の割引債を買い、 $t+1$  時点で満期  $n-1$  年となった割引債を売却する対数所有リターン

$$hpr_{t+1}^{(n)} = p_{t+1}^{(n-1)} - p_t^{(n)}$$

- 満期  $n$  年の割引債の短期債に対する超過リターン

$$hprx_{t+1}^{(n)} = hpr_{t+1}^{(n)} - y_t^{(1)}$$

## 2. 金利期待仮説

# 金利期待仮説

イールドカーブの情報は超過リターンを予測する

---

- ✓ 金利期待仮説とは、短期債に対する長期債の超過リターンの期待値が時間を通して一定であるとする仮説。
  - Fama and Bliss (1987)  
フォワード金利と短期金利の差（フォワードスポットスプレッド）が将来の超過リターンを予測する一方で、将来の短期金利を予測しない。
  - Campbell and Shiller (1991)  
長期金利と短期金利の差（イールドスプレッド）が長期債の将来の超過リターンを予測。
  - Cochrane and Piazzesi (2005)  
すべての年限のフォワード金利の線形結合により、各年限の長期債の超過リターンを予測。

これら先行研究では、期待超過リターンは時間とともに変化し、イールドカーブの情報によって予測できることが示唆されている。

**期待仮説は成立せず、期待超過リターンは時間とともに変動する。**

### 3. Spanning仮説



- Spanning仮説とは、現在のイールドカーブに将来の金利と超過リターンに関するすべての情報が含まれるとする仮説。
- 各満期のイールドベクトル $Y_t$ は状態ベクトル $z_t$ により、 $Y_t = f(z_t)$ と表現されるとき、逆関数 $z_t = f^{-1}(Y_t)$ が存在するならば、状態ベクトル $z_t$ をイールドから逆算することができる。
- 本稿では、追加的な予測変数 $x_2$ に予測力が存在するかを検証することで、Spanning仮説を確認する。

予測回帰式  $hprx_{t+h} = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + u_{t+h}$

帰無仮説  $H_0 : \beta_2 = 0$

$hprx_{t+h}$  =  $h$  期間の債券超過リターン

$x_{1,t}$  = 金利主成分得点

$x_{2,t}$  = 追加的な予測変数

# Spanning仮説に対する反証

マクロ変数は追加的予測力を有するか

## ✓ マクロ変数による予測

### • Ludvigson and Ng (2009)

132のマクロ経済変数から、主成分分析により8つの重要な成分を抽出。  
予測変数にこれらの成分を加えることで予測力が改善することを報告。

### • Cieslak and Povala (2011)

物価上昇率のトレンドが、将来の超過リターンを追加的に予測することを報告。

### • Cooper and Priestley (2008)

アウトプットギャップが追加的な予測力を持つと報告。

これらの報告は、イールドカーブに含まれる情報以外に追加的な予測力を持つ情報が存在することを示唆する。

**Spanning仮説と矛盾する結果であり、マクロファイナンスの論点となる。**

✓ 一般的な予測回帰式では、追加的予測変数にかかる係数の標準誤差にバイアスがかかる。原因としては

1. small sample であること。
2. 予測変数の多くが強い持続性を持つこと。
3. 予測変数にトレンドを持つ場合があること。

などがあげられる。

このため、 $t$ -testや $F$ -testでより頻繁に帰無仮説を棄却してしまう。



Bauer and Hamilton(2018)では、parametric bootstrap法により標準誤差を修正する方法を提案。修正された方法で分析を再度行った結果、マクロ変数の追加的予測力はロバストではないと結論づけた。

# Simulation

## $\beta_2$ の標準誤差にバイアスが存在する

✓ Bauer and Hamilton (2018)の指摘するバイアスを検証する。

$$y_{t+1} = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + u_{t+1}$$

$$x_{1,t+1} = \mu_1 + \rho_1 x_{1t} + \epsilon_{1t}$$

$$x_{2,t+1} = \mu_2 + \rho_2 x_{1t} + \epsilon_{2t}$$

$$E \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \\ u_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{1s} \epsilon_{2s} u_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \delta \sigma_1 \sigma_2 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 \\ \delta \sigma_1 \sigma_2 & 0 & u_t^2 \end{bmatrix} \quad \text{if } t = s$$

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho, \quad \sigma_1 = \sigma_2 = 1$$

$$x_{1,0} = x_{2,0} = 0$$

$$u_t = \delta \epsilon_{1t} + \sqrt{1 - \delta^2} v_t, \quad v_t \sim N(0, 1)$$

サンプルサイズ T=300として、互いに独立で正規分布に従う  $\epsilon_{1t}$   $\epsilon_{2t}$  を10000回生成。OLS推定を行う。

$\rho$	$\delta$	$\beta_1$	$\beta_2$	size
$\mu_1 = \mu_2 = 0$				
0.99	0	0.00	0.00	0.05
0	1	-0.00	0.00	0.05
0.9	1	-0.05	-0.00	0.7
0.99	0.8	-0.05	0.00	0.10
0.99	1	-0.07	0.01	0.14
$\mu_1 = 0, \mu_2 = 1$				
0.99	0	0.00	0.00	0.05
0	1	-0.00	0.00	0.05
0.9	1	-0.04	0.01	0.07
0.99	0.8	-0.07	0.00	0.20
0.99	1	-0.09	0.00	0.24
$\mu_1 = \mu_2 = 1$				
0.99	0	0.00	0.00	0.05
0	1	-0.01	0.01	0.05
0.9	1	-0.04	0.03	0.07
0.99	0.8	-0.04	0.04	0.20
0.99	1	-0.04	0.03	0.21

✓ 予測変数が高い持続性 ( $\rho$ が1に近い)を持ち、 $x_1$ に厳密な外生性がない ( $\delta$ が0でない) と、 $\beta_2$ の標準誤差にバイアスが働き、より頻繁に帰無仮説を棄却してしまうことがわかる。

## 4. 実証分析

# 実証分析概要

---

- 予測変数  $x_1$  は、イールドカーブの情報として、第3主成分までの自国金利主成分得点を使用する。
- 追加的予測変数  $x_2$  は、自国マクロ経済指標、海外マクロ経済指標、海外金利主成分得点をそれぞれ使用する。
- 分析対象国は、米国、ドイツ、英国、日本、カナダ、オーストラリア、スウェーデン、スイスの8か国。
- 期間は、1994年12月から2017年7月まで。
- 掲載している  $t$  値はNewey Westの方法により自己相関および分散不均一を修正した値。Bauer and Hamilton(2018)の方法により修正した  $t$  検定において、 $\beta_2 = 0$  である有意確率が5%以下のものには、\*印を付している。

## 4-1. 自国マクロ経済指標

# 実証分析①（自国マクロ経済指標）

---

- ✓ 主要先進国において、自国マクロ指標が追加的予測力を持つか検証する。
- ✓ 期間は1994年12月から2017年7月まで。
- ✓ Ludvigson and Ng (2009)など多くの先行研究において、自国のマクロ経済指標が、追加的予測力を持つと報告されている。
- ✓ 本稿では、先行研究の結果などを基に、実質経済成長とインフレ率という2つのマクロ経済変数に着目して分析を行った。
- ✓ 使用するデータは、実質経済成長を表す各国のOECD Leading Indicator ( $GRO_t$ )、実質経済のボラティリティとしてLeading Indicator の2乗( $GRO_t^2$ )、物価上昇率として各国のコアCPI( $CPI_t$ )を使用。
- ✓  $P_{it}$  は自国金利の主成分得点を表し、第3主成分までをイールドカーブの情報として使用。



# 実証分析①

## 自国マクロ経済指標の追加的予測力はロバストではない

$$\frac{1}{4} \sum_{n=2}^5 hprx_{t+1}^{(n)} = a + b_{1,1}P_{1,t} + b_{1,2}P_{2,t} + b_{1,3}P_{3,t} + b_{2,1}GRO_t + b_{2,2}GRO_t^2 + b_{2,3}CPI_t + \varepsilon_{t+1}^{(n)}$$

	US	DE	UK	JP	CA	AU	SE	CH
$R^2$	0.17	0.21	0.31	0.67	0.35	0.19	0.27	0.16
係数 GRO	-0.32	-0.42	-0.66	-0.08	-0.49	-0.32	-0.18	-0.22
t 値	-1.20	-2.05	-2.98	-2.31	-3.24	-1.09	-0.65	-1.48
係数 $GRO^2$	0.05	0.20	0.18	0.03	0.15	0.10	0.24	0.09
t 値	0.25	3.44	1.19	2.15	3.07	0.89	1.50	0.79
係数 CPI	2.42	2.10	-3.34	-1.82	1.86	2.39	1.57	-0.72
t 値	0.43	0.34	-0.42	-1.23	0.69	0.47	0.23	-0.09

Newey Westの方法でのt検定では、ドイツや英国、日本、カナダなどで、実質経済成長率が負の係数、実質経済のボラティリティは正の係数を持ち、絶対値が2を超えるt値が推計される。

しかし、Bauer and Hamilton(2018)によるBootstrap法では、自国マクロ経済指標において、p値が5%有意となる追加的予測変数は発見できなかった。

係数およびt値については、追加的予測変数についてのみ掲載。

修正決定係数およびNewey Westの方法により自己相関および分散不均一を修正したt値を掲載。Bauer Hamiltonによる修正されたt値が5%有意なものには\*印を付している。

## 4-2. 海外マクロ経済指標

## 実証分析② (海外マクロ経済指標)

---

- ✓ 主要先進国において、海外マクロ指標が追加的予測力を持つか検証する。
- ✓ 期間は1994年12月から2017年7月まで。
- ✓ 使用するデータは、追加的予測変数として、海外7か国のOECD Leading Indicatorの第2主成分までの主成分得点( $GRO_{it}^{oversea}$ )、実質経済のボラティリティ( $GRO_{1t}^{oversea2}$ )、物価上昇率として海外7か国のコアCPIの第1主成分( $CPI_t^{oversea}$ )を使用。
- ✓  $P_{it}$ は自国金利の主成分得点を表し、第3主成分までをイールドカーブの情報として使用。
- ✓ 現在のマクロ経済はグローバルな結びつきが強いため、自国のマクロ経済指標のみによる分析だけでは十分とは言えず、検証を行う意義があると考えられる。

# 実証分析②

海外マクロ経済指標の追加的予測力もロバストではない

$$\frac{1}{4} \sum_{n=2}^5 hprx_{t+1}^{(n)} = a + b_{1,1}P_{1,t} + b_{1,2}P_{2,t} + b_{1,3}P_{3,t} + b_{2,1}GRO_{1,t}^{oversea} + b_{2,2}GRO_{1,t}^{oversea2} + b_{2,3}GRO_{2,t}^{oversea} + b_{2,4}CPI_t^{oversea} + \varepsilon_{t+1}^{(n)}$$

	US	DE	UK	JP	CA	AU	SE	CH
$R^2$	0.20	0.23	0.30	0.68	0.38	0.21	0.27	0.19
$GRO_1^{oversea}$	-0.13	-0.23	-0.28	0.01	-0.22	-0.16	-0.11	-0.14
t 値	-1.30	-2.02	-2.27	0.66	-2.45	-1.00	-0.70	-1.55
$GRO_2^{oversea}$	-0.12	0.03	-0.07	-0.02	0.05	0.04	-0.00	0.06
t 値	-1.01	0.33	-0.50	-0.71	0.54	0.20	-0.03	0.64
$GRO_1^{oversea,2}$	0.04	0.05	0.05	0.01	0.02	-0.00	0.04	0.01
t 値	1.89	3.43	3.10	2.42	1.09	-0.11	1.98	0.34
$CPI_1^{oversea}$	4.86	2.01	0.04	2.46	5.10	5.99	-1.58	3.56
t 値	0.91	0.44	0.01	1.78	1.28	0.86	-0.26	0.97

Newey Westの方法でのt検定では、ドイツや英国、カナダなどで、実質経済成長率が負の係数、実質経済のボラティリティは正の係数を持ち、絶対値が2を超えるt値が推計される。

しかし、Bauer and Hamilton(2018)によるBootstrap法では、海外マクロ経済指標において、p値が5%有意となる追加的予測変数は発見できなかった。

係数およびt値については、追加的予測変数についてのみ掲載。

修正決定係数およびNewey Westの方法により自己相関および分散不均一を修正したt値を掲載。Bauer Hamiltonによる修正されたt値が5%有意なものには\*印を付している。

## 4-3. 海外金利期間構造

# 実証分析③ (海外金利期間構造)

---

- ✓ 主要先進国において、海外金利期間構造が追加的予測力を持つか検証する。
- ✓ 期間は1994年12月から2017年7月まで。
- ✓ カバー付金利平価説を想定すると、たとえば、自国の長期債の期間プレミアムが海外の長期債の期間プレミアムより低い場合、自国の投資家は自国の債券を売却して、為替フォワード市場を利用した為替ヘッジを行い外国債券を購入することによって、より高い期待リターンを得ることが可能になる。
- ✓ このため、本稿で分析するような、資本市場が十分に開放されている主要先進国の債券超過リターンは、国際的な資本フローの影響を受けることが考えられ、検証を行う意義があると考えられる。

# 実証分析③ (海外金利期間構造、2か国間での分析)

$$\frac{1}{4} \sum_{n=2}^5 hprx_{t+1}^{(n)} = a + b_1 F_t^{local} + b_2 F_t^* + \varepsilon_{t+k}^{(n)}$$

	分析対象国							
	US	DE	UK	JP	CA	AU	SE	CH
	t 値 (海外金利ファクター)							
US	0.00	5.72*	0.68	2.09	5.03*	1.72	3.62*	2.92
DE	3.02	0.00	2.95	1.27	1.79	2.39	3.02	2.21
UK	1.37	3.18	0.00	1.81	3.21*	2.43	1.73	2.30
JP	4.38*	4.14*	2.82	0.00	2.59	1.12	2.33	2.56
CA	4.52*	3.86*	2.68	1.70	0.00	2.30	6.36*	2.57
AU	3.57*	0.34	2.35	1.36	3.29	0.00	1.70	0.51
SE	3.27	2.35	2.03	0.78	2.92	2.23	0.00	0.60
CH	5.77*	3.06	3.81*	1.26	3.29	2.48	7.22*	0.00

- ✓ 海外の第3主成分までの金利主成分得点を追加的予測変数として使用。
- ✓ 自国金利要因を取り除くために、海外金利主成分得点をそれぞれ自国金利主成分得点に回帰し、その残差を分析する。
- ✓ 煩雑さを回避するために、自国金利主成分および海外金利主成分の残差を用いてシングルファクター  $F_t^{local}$   $F_t^*$  を Cochrane and Piazzesi(2005)の手法により構築。

係数およびt値については、追加的予測変数についてのみ掲載。

修正決定係数およびNewey Westの方法により自己相関および分散不均一を修正したt値を掲載。Bauer Hamiltonによる修正されたt値が5%有意なものには\*印を付している。

多くの国の組み合わせで、海外の金利期間構造が追加的な予測力を有することを示唆する結果となった。

# 実証分析③ (海外金利期間構造、2か国間での分析)

$$\frac{1}{4} \sum_{n=2}^5 hprx_{t+1}^{(n)} = a + b_1 P_{1,t}^* + b_2 P_{2,t}^* + b_3 P_{3,t}^* + \varepsilon_{t+k}^{(n)}$$

	分析対象国							
	US	DE	UK	JP	CA	AU	SE	CH
	t 値 (海外 PC1)							
US	0.00	-4.14	-0.76	-0.33	-1.32	-1.62	-1.87	-1.10
DE	0.94	0.00	2.04	0.56	2.22	-0.95	-0.06	-1.53
UK	-1.36	-3.59	0.00	-0.24	-0.25	-1.87	-0.59	-1.36
JP	-0.71	-1.03	-0.15	0.00	0.44	-0.96	-0.29	-0.47
CA	-1.74	-5.16	-1.57	0.04	0.00	-1.57	-3.46	-2.56
AU	0.25	0.21	1.44	-0.38	1.74	0.00	1.08	0.10
SW	-0.54	-0.41	-0.51	0.27	2.40	-2.27	0.00	0.34
CH	1.30	0.60	0.91	0.51	1.88	-1.31	-1.53	0.00
	t 値 (海外 PC2)							
US	0.00	-3.03	-0.28	1.15	0.25	-0.15	-0.15	0.78
DE	-0.89	0.00	0.29	0.84	0.89	0.83	0.95	0.24
UK	-0.39	-0.49	0.00	0.37	1.25	-0.59	0.54	0.45
JP	-3.65	-3.01	-2.25	0.00	-1.14	-0.86	-0.78	-1.48
CA	-2.24	-1.84	-1.23	1.03	0.00	0.72	-0.53	1.48
AU	-0.01	-0.21	0.45	0.69	-0.64	0.00	1.52	0.29
SW	-0.95	-1.64	-1.21	0.54	-1.05	-2.01	0.00	-0.11
CH	-3.75	-0.73	-1.93	-0.08	-0.45	-1.57	-0.40	0.00

✓ 海外の第3主成分までの金利主成分得点のみを自国債券超過リターンの予測変数として使用。

✓ 自国金利要因を取り除くために、海外金利主成分得点をそれぞれ自国金利主成分得点に回帰し、その残差を分析する。

多くの国の組み合わせで、海外の金利期間構造の残差は自国の債券超過リターンを予測し、その係数がマイナスとなる結果となった。

第1主成分および第2主成分のNewey Westの方法により自己相関および分散不均一を修正したt値を掲載。



## 5. まとめ

# まとめ

## 主要先進国において追加的な予測力を持つマクロ変数を発見できず

- 本稿では、国内マクロ変数、海外マクロ変数、海外金利イールドカーブを追加的予測変数として、Spanning仮説の検証のために予測回帰分析を行った。
- 一般的な予測回帰式では、追加的予測変数の標準誤差にバイアスがかかり、t-testなどでより頻繁に帰無仮説が棄却される。
- Bauer and Hamilton(2018)により示されたparametric bootstrap法を用いて、追加的予測変数の標準誤差にかかるバイアスの修正を行った。
- 分析の結果、主要先進国において国内のマクロ変数、海外のマクロ変数はともに追加的な予測力を持たないことが示唆された。
- 一方で、海外金利イールドカーブはいくつかの国の組み合わせで追加的予測力を持つことが示唆された。また、その係数は多くの国で負であった。
- これらのことから、資本市場を通して、国内のタームプレミアムが海外のタームプレミアムから影響を受けるのではないかと推測される。

# 主要参考文献 ( 1 )

---

Adrian, Tobias, Richard K. Crump, and Emanuel Moench (2013)“Pricing the Term Structure with Linear Regressions, ” Journal of Financial Economics,110, 110-138.

Bai, J. and S. Ng (2002)“Determining the Number of Factors in Approximate Factor Models,”Econometrica, 70, 191-221.

Bauer, Michael D., and James D. Hamilton(2018)“Robust Bond Risk Premia,”The Review of Financial Studies, 31, 399-448.

Bauer, M. D. and Rudebusch. G. D. (2017)“Resolving the Spanning Puzzle in Macro-Finance Term Structure Models,”Review of Finance ,21, 511-53.

Cochrane, J. H. and Piazzesi. M. (2005) “Bond Risk Premia,”American Economic Review ,95 ,138-60.

Cooper, Ilan and Richard Priestley (2008) “Time-Varying Risk Premiums and the OutputGap,” Review of Financial Studies, 22 ,2801-2833.

Duffee, Gregory R. (2011) “Forecasting with the Term Structure: the Role of No-Arbitrage,”Working Paper January, Johns Hopkins University.

# 主要参考文献 ( 2 )

---

Duffee, Gregory R.(2013)“Forecasting Interest Rates,”in Graham Elliott and Allan Timmermann eds.Handbook of Economic Forecasting ,2, Part A: Elsevier, 385-426.

Fama, E. F. and Bliss. R. R. (1987) “The Information in Long-Maturity Forward Rates,”American Economic Review ,77, 680-92.

Litterman, Robert and J. Scheinkman (1991) “Common Factors Affecting Bond Returns,”Journal of Fixed Income ,1, 54-61.

Ludvigson, S. C., and S. Ng (2009) “Macro Factors in Bond Risk Premia ,” The Review of Financial Studies,22(12), 5027-67.

Stambaugh, Robert F. (1999) “Predictive regressions,” Journal of Financial Economics ,54, 375-421.

Taylor, J.B. (1993) “Discretion versus rules in practice,”Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy ,39, 195-214.