

博士学位請求論文要旨

Derivative Pricing Models
with Inter-commodity Price Relations

中島 克志

一橋大学大学院国際企業戦略研究科

1 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。

第1章 Introduction

第2章 Relations among Emission Allowance and Other Commodity Prices

2.1 Introduction

2.2 A Model of Emission Allowance Price with Production

2.3 Sensitive Analysis on Hedge Ratio

2.4 Implications for Empirical Analysis

2.5 Conclusion

2.6 Appendix

第3章 Emission Allowance as a Derivative on Commodity-Spread

3.1 Introduction

3.2 Prices of Emission Allowance and Their Derivatives

3.2.1 The Setup

3.2.2 Spot Price of Emission Allowance

3.2.3 The Option Value Embedded in the Emission Allowance
Spot Price

3.2.4 Derivatives of Emission Allowance

3.3 Hedging Emission Allowances Using Commodity Futures

3.4 Empirical and Numerical Analysis

3.4.1 Estimation Results

3.4.2 Numerical Analysis

3.5 Conclusion

3.6 Appendices

3.6.1 The Solutions of Spot Prices

3.6.2 Proof of Proposition 3.2.1

3.6.3 Proof of Proposition 3.3.1

第4章 A Cointegrated Commodity Pricing Model

4.1 Introduction

4.2 The Model

4.2.1 The Gibson-Schwartz with Cointegration (GSC) Model

4.2.2 Futures and Option Prices for the GSC Model

4.2.3 A Sufficient Condition for Cointegration

4.3 Empirical Analysis

4.3.1 The Dynamics of Commodity Spot Prices, Convenience Yields, and Error Terms under Natural Probability

4.3.2 Data

4.3.3 Estimation Results

4.4 Hedging Futures

4.5 Discussion

4.5.1 Relations among Futures Prices

4.5.2 Multidimensional $z(t)$ and Seasonality

4.6 Conclusion

4.7 Appendices

4.7.1 Proof of Proposition 4.2.2

4.7.2 Derivation of Spot and Futures Commodity Prices

4.7.3 Cointegration Condition for the GSC Model

4.7.4 Other Empirical Results for the GSC Model

第5章 Commodity Spread Option with Cointegration

- 5.1 Introduction
- 5.2 A Model for Commodity Spread Options
 - 5.2.1 The Gibson-Schwartz (GS) Model
 - 5.2.2 The Gibson-Schwartz with Cointegration (GSC) Model
- 5.3 Numerical Analysis
- 5.4 Conclusion
- 5.5 Appendices
 - 5.5.1 Expectation and Covariances of Log Futures Return
 - 5.5.2 Proof of Proposition 5.2.4
 - 5.5.3 Analytical Approximation for American Commodity Spread Option

第6章 Conclusion

2 本研究の目的

近年、原油、石炭、天然ガスなどのエネルギー価格が連動して上昇と下落を繰り返しており、また、サトウキビなどの農産物がバイオ燃料として旧来の燃料を代替するようになってきている。このようにコモディティ価格は互いに関連していることが分かる。しかし、コモディティ価格に関する研究では、そういった複数のコモディティ価格の関係を取り込んだものが少ない。この論文では、複数のコモディティ価格との関係がコモディティ派生証券価格に理論的あるいは実証的にどのような影響を与えるのかについて考察する。

本論文の主要テーマは、排出権価格も含むコモディティ価格の間にある関係を考慮したコモディティ価格モデルの研究である。具体的には二つの研究テーマを挙げており、一つは排出権価格と電力や天然ガスなどのコモディティ価格との線形関係とその関係を基礎とした排出権価格の理論モデルであり、もう一つはコモディティ価格の間にある長期的な関係、すなわち共積分関係を考慮したコモディティ価格モデルである。

最初の研究テーマは、排出権価格とその他のコモディティ価格の関係である。排出権とは、温暖化ガス、例えば二酸化炭素などを排出する権利である。エネルギーが消費される際にこれらの温暖化ガスが排出されるため、この権利はコモディティに対する条件付き請求権と考えること

もできる。つまり、排出権はコモディティ関連資産とみなすことができるだろう。

現在、排出権価格とその派生証券に関する研究はまだ進展中といえる。Cronshaw and Kruse (1996)、Rubin (1996)、Schennach (2000)、Carmona, Fehr, and Hinz (2009) と Seifert, Uhrig-Homberg, and Wagner (2008) などは排出権について理論的な研究を行なっている。しかし、これらの研究では排出権とその他のコモディティ、例えば電力、石炭、天然ガスなどの関係について明示的なモデルを示していない。一方、Fezzi and Bunn (2009)、Masanet-Bataller, Pardo, and Valor (2007) は排出権の先物価格と電力、天然ガスの価格と気温の間に関係があることを突き止めている。これらの研究を踏まえて、ここでは企業の利益最大化モデルから排出権とその他のコモディティ価格を関連付ける理論的な考察を行う。さらに、排出権価格を複数のコモディティ価格の派生証券として評価し、市場データを用いた実証分析を行う。

この論文の二つ目のテーマは、長期的な関係、すなわち共和分を持つ複数のコモディティ価格モデルに取り組む。これまでのコモディティ価格のベンチマーク・モデルは、Gibson and Schwartz (1990) コモディティ価格モデルである。このモデルを一般化したものとして挙げられるのは、Schwartz (1997)、Miltersen and Schwartz (1998)、Nielsen and Schwartz (2004) と Casassus and Collin-Dufresne (2005) などである。上記のモデルの重要な問題点として、複数のコモディティ価格の間関係を考慮していないことが挙げられる。実際、いくつかの実証分析 (Malliaris and Urrutia (1996) と Girma and Paulson (1999)) ではコモディティ価格の間に共和分関係があることを示唆している。よって、共和分をコモディティ価格モデルに取り込み、その下でのコモディティ派生証券の影響などについて研究する。

上で述べているように、実証的にも観察されている排出権価格を含むコモディティ価格の間関係の線形関係を考慮することは自然である。しかしながら、これらのコモディティ価格の関係とその関係がもたらす派生証券の評価への影響は、まだ研究され尽くしているとは言えない。この論文では、コモディティ現物価格の線形関係とその枠組みの中でのコモディティ派生証券の評価に焦点を当てる。

3 Relations among Emission Allowance and Other Commodity Prices

第2章では、企業の利益最大化を通して排出権価格とその他のコモディティ価格を関連付ける。例えば、電力会社は石炭あるいは天然ガスを燃やして、二酸化炭素を排出させながら、電力を発生させる。このような企業の利益関数の最大化を前提に、排出権価格とその他のコモディティ価格に関する必要条件を導く。

EU-ETSと同様な取引システムのもとで、排出権価格の異時的関係 (intertemporal relations) と排出権価格とコモディティ価格の同時的關係 (intratemporal relations) が導かれる。異時的関係は、 t 時点の排出権価格は最終時点 T の排出権価格の現在価値であることを示す。同時的關係については、二つの式が得られる。一番目の式は、排出権価格が生産/排出比で調整されたアウトプット (例えば、電力) とインプット (例えば、石炭もしくは天然ガス) 価格の差であることを示している。二番目の式は、排出権価格が生産/排出比で調整された二つのインプット (例えば、石炭と天然ガス) 価格の差、すなわち燃料切替コスト (fuel switching cost) であることを示す。限界収入が生産1単位当たりの燃料と排出権の限界費用と等しくならなければならないため、このような条件が得られる。

さらに、この章では最終時点 T の排出権は罰金よりも大きくなることを示し、Cobb-Douglas と CES 生産関数のもとでコモディティ価格の変化が排出権価格における価格差の關係にどのように影響を与えるかを分析した。これらは、排出権価格の実証モデル、実証分析に対して有用な視点を与えている。

4 Emission Allowance as a Derivative on Commodity-Spread

第3章では、排出権とその他のコモディティの間の同時的關係を考慮して排出権価格を特徴付ける。ここでは、三つの仮定を置く。まず最初に、時点 t の排出権価格が最終時点 T の排出権価格の現在価値であるという異時的關係である。二つ目に、最終時点 T の排出権価格は正であり、二つのコモディティ価格の差か罰金のいずれか小さい方であるという同時的關係である。最後に、モデルを扱いやすくするため、コモディティ価格が Gibson-Schwartz モデルに従うとする。

これらの仮定から、排出権価格の評価公式をコモディティ・スプレッド・オプションとして理論的に導出する。評価公式より、排出権価格が罰金以下であることと価格が正であることに対するオプションを内包しているため、排出権価格はコモディティ価格の差ではないことが分かる。さらに、排出権価格に内包されているオプション価値を分析し、排出権の先物、オプションに対する評価公式を導出し、コモディティ先物を用いた排出権のヘッジ戦略を構築する。また、実際の市場データを使ってカリブレーションをし、そのパラメータを用いて排出権価格、その内包されたオプション価値とコモディティ先物による排出権先物のヘッジ比率の数値解析を行なう。カリブレーションの結果、電力価格と天然ガス価格が排出権価格の一部を説明していることが分かった。数値解析では、排出権価格に内包されている罰金に対するオプション価値は比較的大きく、排出権を評価する際に罰金が重要な要素であることを示した。ここで強調したいことは、排出権価格の評価に関する既存の研究では考慮されていない排出権価格とコモディティ価格の間の同時的関係を取り込んでいることである。このような方法による排出権価格のモデルはなく、実証分析においても一定の説明力があつたことを発見した。

5 A Cointegrated Commodity Pricing Model

第4章ではこれまでのベンチマーク・モデルである Gibson-Schwartz モデルを一般化して、共和分を考慮したものを研究する。具体的には、コモディティ価格モデルを、リスク中立確率のもとでドリフト項における無リスク利子率からの一時的な乖離がコンビニエンス・イールドと複数のコモディティ対数価格における線形関係で表されるとする。ある条件のもとでは、この乖離が共和分の誤差項に対応する。

そもそも、共和分とは Engle and Granger (1987) によって最初に構築された概念であり、変数同士の長期的な関係あるいは均衡と解釈されている。経済学においては共和分に関する研究は多いが、ここ数年までファイナンスやコモディティ価格の分野で共和分の研究が進んでいたとは言い難い。ただ、その中でも共和分を考慮した金融派生証券モデルとして、Duan and Pliska (2004) がある。しかし、Duan and Pliska (2004) のモデルは、株式に対するモデルであり、コモディティ価格において重要なファクターであるコンビニエンス・イールドを考慮していないため、コモディティ価格に適用できるものではなかった。

そのため、この章では、Gibson-Schwartz モデルに共和分を加えたモデルを構築する。そのもとで、先物とコール・オプションの価格公式を導出

し、Duan and Pliska (2004)とは異なり、コモディティ対数価格の間の線形関係がこれらの派生証券価格に影響を与えることを示した。Cortazar, Milla, and Severino (2008)、Paschke and Prokopczuk (2009)とCasassus, Liu, and Tang (2011)もこの研究と類似のコモディティ価格モデルを独立に研究しているが、上記に挙げた研究とは異なり、ここではモデルが共和分となる十分条件を与えている。実証分析では原油価格と灯油価格の市場データを用いてモデルを推定した。さらに推定されたパラメータを使って、満期の短い先物を用いて満期の長い先物のヘッジ戦略を構築し、シミュレーションを行なった。

6 Commodity Spread Option with Cointegration

第5章では、第4章に基づき共和分を考慮したコモディティ・スプレッド・オプションのモデルを構築する。ここで、コモディティ・スプレッド・オプションとは二つのコモディティ価格の差に対するオプションである。エネルギー会社の利益はコモディティ価格の差（アウトプット価格 - インプット価格）であるため、これらはリスク・ヘッジの道具として用いられ、実際NYMEXでコモディティ・スプレッド・オプションは取引されている。スプレッド・オプションとコモディティ・スプレッド・オプションの評価に関する研究は数多くあり、Margrabe (1978)、Wilcox (1990)、Shimko (1994)、Kirk (1995)、Pearson (1995)、Poitras (1998)、Zhang (1998)、Carmona and Durrleman (2003)とNakajima and Maeda (2007)が挙げられる。しかしながら、これらの研究ではこの論文の主要テーマであるコモディティ価格の間の関係を考慮していない。

最近では、Casassus, Liu, and Tang (2011)がコモディティ価格の関係を考慮したコモディティ・スプレッド・オプション・モデルを提示し、推定されたパラメータを使ってモンテカルロ・シミュレーションによる数値解析を行っているが、本研究ではヨーロッパ・コールのコモディティ・スプレッド・オプションの解析解を導出し、ボラティリティなどのパラメータの感応度分析をしている。さらに、Bjerk Sund and Stensland (1994)の枠組みに則って、アメリカン・コールのコモディティ・スプレッド・オプションの解析的な近似式も示している。最後に、第4章の推定されたパラメータを用いて、本章のモデルとGibson-Schwartzモデルをコモディティ・スプレッド・オプションに応用したShimko (1994)モデルを比較する。数値解析によると、満期が長いコモディティ・スプレッド・オプション

ンの価格については、Gibson-Schwartz スプレッド・オプション・モデルによる価格はここで提案されているモデルの価格よりも高くなることが分かる。これは、共和分関係がコモディティ・スプレッド価格を制限して、コモディティ価格を長期的な関係に戻し、価格差が発散することを防いでいるためであろう。

7 今後の課題

最後に、今後の課題をいくつか挙げよう。まず、この論文に挙げられているモデルの改良が考えられる。排出権について述べると、この論文のモデルでは考慮していない要素を取り込むことである。例えば、罰金の内生性、国に対する初期割当や経済成長の影響などが要素として挙げられる。また、最終時点における排出権価格がこの論文とは異なる方法で決まる場合についても検討する価値はある。そして、季節性、ジャンプあるいは確率ボラティリティなどのような価格過程を想定してそれらの影響を分析するのも研究として意義があると思われる。

共和分を持つコモディティ価格については、観察不可能な現物価格よりも観察可能な先物価格の間の共和分についてモデル化することが今後の研究として挙げられる。そのようなモデルにおいて派生証券価格への影響を分析することは興味深い。また、コモディティ派生証券価格モデルを拡張して、確率ボラティリティを持つ現物対数価格の線形関係を包含したモデルも示唆に富んだ研究となるだろう。Duan and Pliska (2004) はコモディティ価格の収益率のボラティリティが確率的ならば、コンビニエンス・イールドがなくても一般的な証券の派生証券価格に対して線形関係の影響があることを示しており、コモディティ価格でもボラティリティ項が影響を与えるだろうが、その影響はどのような形となるかがポイントとなる。さらに、コモディティ価格の間の線形関係があるならば、これらの線形関係を用いたポートフォリオ戦略も関心のある分野だろう。実際、Girma and Paulson (1999)、Simon (1999) と Emery and Liu (2002) はこれらのコモディティについてそれらの関係と取引戦略について研究を行っている。

一方、コンビニエンス・イールドではなく、需要と供給によってコモディティ・モデルを書き換えるという研究テーマも挙げられる。そもそも、この研究の背景として、需要と供給の影響をコモディティ派生証券モデルに取り込むことであった。これは本来ならば、コモディティ価格の一般均衡モデルを構築して、コモディティの派生証券価格モデルの影響について分析するというのが筋であろう。既存の研究では、このよう

な需要と供給（正確には在庫理論と呼ばれる）はコンビニエンス・イールド過程を導入する動機付けにもなった（Gibson and Schwartz、1990）が、上記のようなモデルにおいてコンビニエンス・イールドはどのように解釈されるのか、そしてそれを需要と供給に置き換えてコモディティ派生証券価格にどのような影響を与えるのかは重要なテーマとなるだろう。

最後に、線形関係における係数が時間に依存する、あるいは確率的に変動するモデルが考えられる。第3章、第4章と第5章では線形関係における係数を定数としたが、これらの係数は時間に依存すること、あるいはさらに確率的に変動することが第2章で示唆されている。そこで、係数パラメータは時間に依存し、誤差項は満期に依存するようなモデルが考えられる。これにより、長期的な関係を動的均衡として捉えて、それが派生証券価格に影響するだろう。新しいエネルギー源などのような技術の変化を捉えるためには、こうした動的均衡の概念を用いてモデル化することが一つの方向性となるだろう。このようなテーマは今後の課題としたい。