

平成16年（2004年）度
博士学位請求論文

住宅ローンおよびMBSの評価モデル
— Intensity-Based モデルによる評価理論とその実装 —
(要旨)

一橋大学大学院 国際企業戦略研究科
金融戦略コース

杉村 徹

学籍番号: ID2703

1 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである.

第1章 序論

- 1.1 問題の背景と研究のモチベーション
 - 1.1.1 日本のMBS市場の動向と課題
 - 1.1.2 日本の住宅ローン貸出市場の動向と課題
- 1.2 各章の目的と概要

第2章 Intensity-BasedアプローチによるMBSの評価(1)

— モデルの理論 —

- 2.1 はじめに
 - 2.1.1 価格評価のアプローチと主な先行研究
 - 2.1.2 本章の目的と構成
- 2.2 モデル
 - 2.2.1 市場モデル
 - 2.2.2 プリペイメント/デフォルト・モデル
 - 2.2.3 投資家が保有する情報に関する仮定
 - 2.2.4 リスク中立確率測度
- 2.3 住宅ローンの評価式
- 2.4 住宅ローン価値が満たすPDE
- 2.5 住宅ローン・プールおよびMBSの評価
- 2.6 まとめ
- 2.A Appendix
 - 2.A.1-2.A.6 命題 2.1-2.6 の証明

第3章 Intensity-BasedアプローチによるMBSの評価(2)

— モデルの特定化と実装 —

- 3.1 はじめに
- 3.2 モデルの特定化
 - 3.2.1 状態変数の特定化
 - 3.2.2 Intensity Process の特定化
 - 3.2.3 回収率の特定化
 - 3.2.4 プリペイメントおよびデフォルトに対するリスク・プレミアムの特定化
- 3.3 住宅ローン評価のための数値計算法
 - 3.3.1 評価式の離散近似
 - 3.3.2 キャッシュフローの離散化
 - 3.3.3 Δt 期間のプリペイメント/デフォルト確率の計算

- 3.3.4 2次元ツリーの構築とそれを用いた価格計算
 - 3.4 構造型モデルとの関係
 - 3.4.1 Stanton(1995), Downing et al.(2003) のモデル
 - 3.4.2 Kariya and Kobayashi(2000), Kariya et al.(2002) Nakamura(2001) のモデル
 - 3.5 住宅ローン・プールおよびMBS 評価のための数値計算法
 - 3.5.1 住宅ローン・プールの評価
 - 3.5.2 MBS の評価
 - 3.6 リスク指標の計算
 - 3.6.1 実効デュレーション/コンベクシティの計算
 - 3.6.2 WAL(Weighted Average Life) の計算
 - 3.7 クリーンアップ・コールの評価
 - 3.8 パラメータ推定
 - 3.8.1 データの前提
 - 3.8.2 推定方法
 - 3.9 バーンアウト現象の考慮
 - 3.10 数値分析
 - 3.11 まとめ
 - 3.A Appendix
 - 3.A.1 r と H の 2次元ツリーの構築方法
- 第4章 住宅ローンの貸出時点における適正な貸出利率および保証料率の決定
- 4.1 はじめに
 - 4.2 モデル
 - 4.3 貸出利率の決定方法
 - 4.3.1 保証が付与されていない場合
 - 4.3.2 保証が付与されている場合
 - 4.4 保証料率の決定方法
 - 4.4.1 利息に含めて分割徴収する場合
 - 4.4.2 一括先取りする場合
 - 4.5 数値分析
 - 4.5.1 利息に含めて分割徴収する場合
 - 4.5.2 一括先取りする場合
 - 4.6 まとめ
- 第5章 ローン・バイ・ローン・データを用いたプリペイメントとデフォルトの実証分析
- 5.1 はじめに
 - 5.2 プリペイメント・モデル

- 5.2.1 基本的アイデア
- 5.2.2 モデル構築
- 5.3 モデル推定
 - 5.3.1 全尤度関数の計算方法
 - 5.3.2 パラメータ推定アルゴリズム
 - 5.3.3 検定
- 5.4 実証分析
 - 5.4.1 データ
 - 5.4.2 ベースライン・ハザード関数の推定
 - 5.4.3 共変量を含めたモデルの推定
 - 5.4.4 モンテカルロ・シミュレーションによる CPR の計算
- 5.5 まとめ

第6章 結論

- 6.1 本論分のまとめ
- 6.2 今後の研究課題

謝辞

参考文献

2 第1章 問題の背景と研究のモチベーション

2.1 日本のMBS市場の動向と課題

日本のMBS市場の発展は米国と比べて大きく遅れているが、最近では、民間金融機関の住宅ローンを裏付け資産としたものを中心に徐々に発行額は増えており、2004年度の民間MBSの年間発行額は、1兆円程度にまで成長している。また、民間金融機関は証券化を前提とした独自の超長期固定金利型住宅ローンの供給を開始しており、民間MBSの発行額は今後さらに増加することが予想される。

一方、住宅ローンを専門とする公的金融機関である住宅金融公庫は、2001年3月に第1回債500億円を発行して以来発行実績を重ねている。また、2004年1月の第14回債からは、証券化支援事業により民間金融機関から買い取った超長期固定金利型住宅ローンについても裏付け資産の中に組み入れ始めた。さらに、2005年1月には、2005年度の実績を2004年度実績の約7倍である2兆7600億円とする計画を発表しており、仮にこの計画が実現されたとすれば、MBS市場は社債市場を超える規模をもつ市場へと発展することになる。

このように、日本のMBS市場は民間MBSと公庫MBSが共存共栄する形で飛躍的に発展する方向に動きつつある。

しかし、MBS 市場を計画どおりに発展させていくためには課題も多い。MBS 市場を発展させるためには、MBS の供給を拡大するだけでなく、投資家層の拡大も必要である。しかしながら、MBS はキャッシュフローの不確実性により国債とは異なるリスク特性をもつため、国債に投資している投資家がすぐに MBS 投資を開始できるわけではない。MBS の収益性やリスク指標の把握を可能とする計量的なモデルを開発する等、投資するための体制を整える必要がある。したがって、MBS の価格評価モデルに関する理論的な研究と、それを実務で利用するための応用研究を平行して進めることが、MBS 市場を発展させるために必要な条件の一つとなっている。

2.2 日本の住宅ローン貸出市場の動向と課題

住宅ローンを取り扱う各金融機関は、ここ数年間の金利低下局面を背景に借換え専用のローンの取り扱いを開始し、顧客獲得をめぐる熾烈な競争を展開してきた。またそれと同時に、住宅価格の低下を背景として、住宅の新規購入者向け商品の一層の充実も図っている。例えば、低金利環境下における固定金利ローンへのニーズに対応するため、従来は取り扱っていなかった超長期固定金利型住宅ローンを提供し始めている。

しかしながら、超長期固定金利型住宅ローンを提供した場合、従来の変動金利型住宅ローンとは異なり、銀行は非常に大きな金利リスクを抱えることになる。したがって、銀行は ALM の一層の高度化を図るとともに、証券化によってリスクを市場へと積極的に移転していかなければならない。銀行が証券化によってリスクを移転すると同時に利益を確保するためには、保有するデータを最大限に利用することによって住宅ローン資産の価値を正確に把握し、限定的な情報しかもたない投資家達による市場での取引価格と常に比較できるような体制を整備しなければならない。また、住宅ローンの資産価値はローンの適用利率の水準に依存するため、最低限確保すべき利率の水準を貸出時点において把握し、確保することが重要となる。

したがって、MBS の発行体である金融機関においても、変動金利が中心であった時代とは異なり、住宅ローンの価値やリスクを正確に把握することが可能な計量モデルを本格的に必要とする時代になってきたと言える。

このような背景とモチベーションにもとづき、本論分の第 2 章から第 5 章では、MBS の投資家と発行体の両方の立場から、住宅ローンおよび MBS の評価モデルの研究を行った。以下、各章の概要を述べる。

3 第2章 Intensity-Based アプローチによる MBS の 評価 (1) — モデルの理論 —

第2章では、第1章で述べたモチベーションにもとづき、MBS の価格を投資家の立場から評価するための理論的な枠組みを説明し、一般的な価格評価式を導出した。

まず初めに、モデル構築のためのいくつかのアプローチについて先行研究を紹介しながら説明し、各アプローチのメリットとデメリットを指摘した。

次に、プリペイメントとデフォルトの発生時刻に関するモデルを intensity-based アプローチにもとづき構築した。最初に一部繰上返済がない場合を考え、全額繰上返済には「借換え」と「住宅売却」の2つの競合する要因があると仮定してモデル化した。次に、そのモデルを一部繰上返済がある場合へと拡張する方法を示した。

投資家が保有する情報については、状態変数の履歴と各ローン・プール毎のプリペイメント金額およびデフォルト金額の履歴であると仮定した。また、市場は無裁定でありリスク中立確率測度が存在することを仮定した。このように仮定することによって、各ローンのリスク中立確率測度のもとでの intensity process には、そのローンが属するプール固有のプレミアムが乗ぜられることを示した。

最後に、以上の設定のもとで住宅ローンの無裁定価格を導出した。さらに住宅ローンの価格が満たす PDE を導出し、住宅ローンの価格がコーシー問題の解として得られることを示した。

4 第3章 Intensity-Based アプローチによる MBS の 評価 (2) — モデルの特定化と実装 —

第3章では、第2章で構築したモデルを特定化し、具体的なモデルを提案した。状態変数には、無リスク短期金利と住宅価格を選択し、それぞれ拡張 Vasicek モデルと幾何ブラウン運動に従うと仮定した。全額繰上返済とデフォルトの各 intensity process については、「借換え」、「住宅売却」、「デフォルト」それぞれのインセンティブの大きさを表す関数を定義し、その関数の値と各借手ごとに決まる閾値との大小関係に依存して上下にジャンプするように特定化した。このように特定化することによって、借手の金融要因にもとづく行動と、投資家からは非合理的に見える非金融要因にもとづく行動の両方を同時に考慮することが可能となった。一部繰上返済に対する intensity process については時間の関数であると仮定し、さらに月別のダミー変数と住宅ローン減税期間内であるか否かを表すダミー変数を追加した。また、本モデルは intensity-based アプローチにもとづいて構築したものであるが、構造型アプローチにもとづく先行研究モデルの中に、本モデルと同様の性質を持つものや、あるいは、本モデルの特殊ケースとして表現できるものがあることを示した。

本章ではさらに、特定化したモデルの実装方法について詳細に説明した。まず、

従来一般に用いられてきたモンテカルロ法に替えて、2次元ツリーを用いた効率的な価格計算方法を提案した。さらに、実務で用いられているリスク指標である、実効デュレーション、実効コンベクシティ、WALについて、ツリーを用いた計算方法を説明した。また、MBSにはクリーンアップ・コール条項が付与されていることが多いが、このコール条項が発行体によって行使されるのは、MBSの元本残高が当初発行額の一定割合以下となった場合である。MBSの残高は金利や住宅価格の経路に依存するため、モンテカルロ法による評価が適しているように思われるが、提案したモデルを拡張することにより、ツリーを用いたフォワード・インダクションの技術によって評価が可能であることを示した。

本章ではパラメータの推定方法についても説明した。月次の条件付プリペイメント率とデフォルト率の履歴データ、および、金利と住宅価格の履歴データがあると仮定し、プリペイメント率とデフォルト率それぞれについて、モデルによる理論値と実際に観測された値の差が最小となるように非線形最小二乗法を用いて推定する方法を説明した。この方法はいくつかの先行研究において既に採用された方法であるが、本モデルの場合は条件付プリペイメント率の理論値の計算が非常に簡単である点にメリットがある。また、本モデルでは、ローン・プールの不均一性を表現可能とするために、各インセンティブ関数に対する閾値の水準が各借り手毎に異なることを仮定し、各閾値の初期分布として正規分布を仮定した。閾値分布の形状は、プリペイメントやデフォルトが進むにつれて変化していくため、各時点における閾値分布の形状を決めるパラメータを金利と住宅価格の推移経路から推定する方法を示した。

この推定値を用いれば、MBSの発行時点だけでなく、任意の時点における価格も評価することができるが、時刻 t における分布パラメータの推定値は、時刻 t までの金利と住宅価格の推移経路に依存するため、時刻 t におけるMBSの価格もそれに依存することになる。したがって、本モデルはMBSのプリペイメントに見られる特性である「バーンアウト現象」を考慮可能なモデルとなっている。

最後に、モデルの性質を確認するため、数値シミュレーションを行い各パラメータの変化に対する価格への影響を調べた。その結果、金融要因による合理的なプリペイメントに対するintensityが上昇した場合と、非金融要因によるプリペイメントに対するintensityが上昇した場合とでは、同じプリペイメント確率の上昇を意味するにも関わらず、その価格への影響が異なることが確認できた。また、プリペイメントとデフォルトのintensityの関係については、デフォルトに対するintensityの水準が高い場合と低い場合とでは、金融要因によるプリペイメントに対するintensityの変化に対する価格への影響が異なることを発見した。

5 第4章 住宅ローンの貸出時点における適正な貸出利率および保証料率の決定

第4章では、MBSの発行体の立場から、住宅ローンの貸出時点において適正な貸出利率と保証料率の水準を決定する問題について議論した。

第3章では市場金利の関数として外性的に住宅ローンの貸出利率を与えたが、本章では適正な貸出利率の水準を、住宅ローンの価値が融資金額と一致するような貸出利率水準として定義した。そして、保証が付かない場合と保証付きの場合のそれぞれについて、適正な貸出利率を貸出条件から内性的に決定する方法を示した。

次に、適正な保証料率については、徴収する保証料の現在価値と借り手がデフォルトした場合の保証金額の現在価値が一致するような保証料率の水準として定義した。そして、保証料の徴収方法として、利息に含めて分割徴収する場合と貸出時に一括徴収する場合に分けて適正な保証料率を決定する方法を議論した。

保証料を利息に含めて分割徴収する場合には、保証料率が変化すると住宅ローンのキャッシュフローが変化するため、その結果、適正な貸出利率の水準も変化してしまう。よって、この場合には銀行と保証会社が独立にそれぞれの利率を決定できないことを指摘した。

保証料を一括先徴収する場合には、プリペイメントが発生した場合に保証料の一部を還付するため、プリペイメント時点に対して還付保証料を返す関数を導出した。

最後に簡単なモデルを用いて数値シミュレーションを行い、プリペイメント確率およびデフォルト確率と、貸出利率および保証料率との関係についてさらに詳細に調べた。どちらの保証料徴収方法においても、適正な貸出利率および保証料率を決定する評価式は、プリペイメントとデフォルト両方の *intensity* に依存している。しかし、数値シミュレーションによって、貸出利率はプリペイメントの *intensity* により強い影響を受けること、そして、保証料率はデフォルトの *intensity* と回収率には大きく影響を受けるが、プリペイメントの *intensity* にはほとんど影響を受けないことを示した。

6 第5章 ローン・バイ・ローン・データを用いたプリペイメントとデフォルトの実証分析

第5章では、MBSの発行体が保有するローン・バイ・ローン・データを用いて、プリペイメント確率とデフォルト確率の期間構造を推定するモデルを生存時間分析の枠組みにもとづいて構築した。ハザード・レートにはパラメトリックな比例ハザード・モデルを仮定し、プリペイメントのタイプとしては、「全額繰上返済」、「一部繰上返済」、「保証会社の代位返済」の3つを考え、これらをプリペイメントに関する競合リスク要因と見なしてモデル化した。さらに、プリペイメントをある1件のローンに対して複数回起こりうる繰り返しイベントとして扱い、生存時間の

定義を、2つの連続するプリペイメントの発生間隔とした。また、共変量には時間依存性共変量も含まれると仮定した。このような設定のもとで全尤度関数を導出し、最尤法によるパラメータの推定方法について説明した。

次に、日本の銀行の住宅ローン・データを用いて実証分析を行った。まず初めに、ベースライン・ハザード関数の関数形を決定するために、共変量を含まない3種類のパラメトリック・モデルを適合させ、AICと確率プロットからその適合度を判断した。その結果として、各プリペイメントのタイプによって適合度の高い関数形が異なっていることを発見した。また、生存時間の定義を、借入時点からプリペイメント発生時点までの経過時間とした場合と比較した。結果はすべての返済タイプについて前者の方が適合度が高く、モデルの有効性が示された。次に、共変量を含めたモデル推定を行った。共変量には適用利率と市場金利の比、残存期間、借り手の年齢を採用した。市場金利の移動平均をとって経路依存性共変量とすることによって説明力が向上することが発見された。また、残存期間の説明力が極めて高いことを確認し、経過期間が同じでも残存期間が異なるローンはプリペイメント確率が異なることが分かった。

7 第6章 今後の研究課題

最後に、本論文で取り扱うことができなかった問題についてまとめる。

- 第3章において構築したモデルの実証的な研究が課題である。現在、日本のデータで一般に利用できるものは、住宅金融公庫の住宅ローンを証券化したMBSに関するもののみであるが、発行してからの経過期間が短くデータ量が不十分であるため、信頼性のある推定結果が得られていない。また、住宅金融公庫は、証券化されていないローンに関するデータを投資家に提供している。こちらのデータは分析に十分な量であるが、未公開データであるため分析結果を発表することは現在のところできない状況である。
- 第2章および第3章で構築したモデルは、一部繰上返済として「返済額軽減型」のみを考慮していた。実際には、「期間短縮型」の一部繰上返済も可能であるため、それを考慮したモデルの開発が課題としてあげられる。
- プリペイメントとデフォルトに対するリスク・プレミアムに関する理論的および実証的な研究が課題である。第3章ではリスク・プレミアムを定数と仮定したが、一般には金利や住宅価格の関数とするなどの特定化が考えられる。この関数形の選択に関する実証的な研究に関心がある。また、一般的にはリスク・プレミアムがプリペイメントとデフォルトの金額に依存する可能性もある。また、投資家よりも詳細な情報を保有している発行体がこのモデルを用いる場合には、リスク・プレミアムがさらに複雑な構造を持つ可能性がある。

る. このようなケースに対応するための評価理論の拡張, そして実務において有用な特定化と実装の方法に関する研究が課題としてあげられる.