

博士学位請求論文要旨

Interactions of the term structure of the sovereign credit default swap with other financial market instruments

(ソブリン CDS の期間構造と他の金融商品の期間構造における依存関係)

ID14F004

鶴田 大

1 本研究の目的

欧州債務危機の間、先進国の信用リスクが高まったことにより、先進国のソブリン・クレジット・デフォルト・スワップ（CDS）の спреッドが大きく変動した。この間、他の関連する金融市場でも大きな価格変動が確認される。例えば、CDS の参照体である国が発行する国債も信用リスクを反映するため、同期間大きな変動を示している。さらに、信用リスクの高い国と低い国では、金利の期間構造における動きが異なっていた。また、CDS の参照体である国の通貨のオプション市場も短期のオプションインプライドボラティリティを中心に大きく変動していた。本研究では、ソブリン CDS スプレッドの期間構造と、国債や通貨オプションといった他の市場の期間構造との関係について考察を行う。また、ソブリン CDS 市場内の 2 か国間の伝播 (contagion) リスクに対する期間構造の依存関係についても考察を行う。

まず、第 2 章において国債の金利の期間構造とソブリン CDS の期間構造の関係に焦点を当てる。先進国の国債金利と CDS スプレッドの関係については、単純な

裁定関係を仮定し、特定の満期の焦点をあてた研究としては、Fontana and Scheicher [38] や Klingler and Lando [43] があるが、期間構造の關係に焦点をあてた研究はほとんどない。Badaoui et al. [8] や Badaoui et al. [9] は、新興国において通貨が同一である外貨建て国債金利の期間構造と外貨建て CDS スプレッドの關係についてアフィン型の期間構造モデルを用い、ソブリン CDS において流動性リスクが重要な役割を担っていることを明らかにした。Badaoui et al. [9] では先進国を対象にした研究が課題とされている。先進国においては主に取引される国債は現地通貨建てであり、一方 CDS は外貨建てのため、主に取引が行われる国債と CDS の通貨が異なり、整合性を持った価格付けモデルを同時に考慮する場合、国のクレジットイベント発生に伴う為替減価リスクを考慮する必要がある。このことを踏まえて、為替の減価リスクを考慮したモデルを構築することで先進国の国債金利と CDS スプレッドの關係について、信用リスクと非信用リスク（convenience yield や流動性リスクを表す）に分解する。また、Badaoui et al. [8] や Badaoui et al. [9] では潜在変数として推定された非信用リスクを流動性リスクと呼んでいるが、実際に流動性に関する代理変数と連動しているかについては実証していない。よって、推定された潜在変数と Longstaff et al. [48], Ang and Longstaff [6], Filipović and Trolle [37], Monfort and Renne [51], Dufour et al. [32] や、Klingler and Lando [43] などにおいてソブリン CDS の価格付けの実証研究で用いられる流動性などの代理変数を用い、どのように価格付けが行われ、期間構造に影響しているかについて実証分析を行う。

次に、第 3 章においては、通貨オプションの implied volatility の volatility surface 及びその期間構造と、ソブリン CDS の期間構造の關係に焦点を当てる。第 2 章においては、国のクレジットイベント発生に伴う為替減価リスクを考慮した際、為替の確率過程とソブリン CDS に価格付けされるクレジットイベント発生の強度の間に相関が無いと仮定した。一方で、実際にはソブリン CDS と為替や為替オプション市場との間に相関が確認される。Carr and Wu [17] が、ブラジルとメキシコのデータを用い、ソブリン CDS と為替オプションのインプライドボラティリティの期間構造の關係について研究を行っているが、減価リスクに対応するジャンプサイズにういて

為替オプション市場のみの情報から推定されており、信用リスクに関する金融商品の情報は用いていない。本研究では、2010年以降にデータが入手できるようになった異なる通貨建てのソブリンCDSのデータを用い、ソブリンCDS市場で価格付けされる為替リスクの情報も用い、減価リスクおよび相関リスクを評価する。Ehlers and Schönbucher [33] や Lando and Bang Nielsen [45] で指摘されているように、異なる通貨建てのソブリンCDSのスプレッドの差を表す quanto CDS スプレッドには国のクレジットイベント発生に伴う為替減価リスクに加え、為替の確率過程とソブリンCDSに価格付けされるクレジットイベント発生の強度の間の相関も価格付けされる。Lando and Bang Nielsen [45] や Augustin et al. [7] も quanto CDS スプレッドと為替市場のデータを用いている。Augustin et al. [7] は、為替の forward レートを用い、為替の減価のジャンプリスクプレミアムを推定しているが、相関リスクを考慮していない。Lando and Bang Nielsen [45] は、為替オプション市場のデータを用い、quanto CDS スプレッドを相関リスクと国のクレジットイベント発生に伴う為替減価リスクに分解することを試みているが、為替オプション市場において単純な確率ボラティリティモデルを適用し、国の信用リスクの影響を考慮しておらず、両市場間における統合的なモデルを構築していない。これらを踏まえ、第3章では、Carr and Wu [17] のモデルを拡張し、両市場で整合性を持つモデルを構築し、両市場間の期間構造の価格付けの関係について実証分析を行う。

第4章においては、ソブリンCDSの2か国間の期間構造の関係において、2か国間のクレジットイベントの強度が互いに影響を受ける伝播 (contagion) の効果がどのように期間構造に影響を与えるかに焦点を当てる。ソブリンCDSの期間構造における contagion の影響を検証した研究として、Aït-Sahalia et al. [2] や Monfort et al. [52] が挙げられる。Aït-Sahalia et al. [2] は、デフォルトより高頻度に発生するCDSスプレッドのジャンプに関する contagion がCDSの期間構造に与える影響について研究している。ユーロ圏のソブリンCDSスプレッドに対し、そのジャンプ強度が自己励起と相互励起するモデル (Hawkes 過程) を用い、2国間の期間構造データに対し、リスク中立確率測度の下でのパラメータを推定している。結果、自己励

起と非対称的な相互励起が織り込まれていることを示し、ギリシャから他の国への contagion があることが価格付けされていることを示した。ただし、実確率の下でのジャンプ強度については Hawkes 過程を特に仮定しておらず、推定されたジャンプ強度は、Hawkes 過程とは異なる動きを示している。また、Monfort et al. [52] が、一回限りのイベントであるギリシャのデフォルトによる影響を推定している。彼らは脆弱性 (frailty) もモデルで考慮しており、その結果、伝染の影響は、モデルにおけるユーロ圏の国が共通して持つ脆弱性 (frailty) の存在に依存することが分かった。なお、これらの2つの研究では contagion の定義が異なる。また、Monfort et al. [52] はこれらのリスクプレミアムについても重要なことを示している。ソブリン CDS におけるリスクプレミアムの重要性は、Pan and Singleton [56] や Longstaff et al. [48] などでも拡散過程を用いたモデルより示されている。

以上を踏まえ、第4章においては、Ait-Sahalia et al. [2] の研究を拡張し、実確率の下でもリスク中立確率測度下の確率過程と統合的な確率過程を仮定することで、contagion によるリスクプレミアムについて推定を行う。なお、Ait-Sahalia et al. [2] の結果について、ギリシャ以外はジャンプの強度が最大でも1年に1度起きるかどうかの水準であり、実際に CDS の観測値からとらえられるノンパラメトリックな手法を用いたジャンプの回数と比較してもジャンプの頻度が低くなっており、実確率の下での推定を行うことで強度の水準の推定を補うことになる。そのほか、実確率下でのジャンプ強度の変化をとらえるため、確率過程にブラウン運動を加え、ジャンプサイズが指数分布に従うような拡張を加える。また、期間構造の情報について、Ait-Sahalia et al. [2] は相関が高い5年と10年の満期のみの情報を用いているため、1年を追加している。本研究では、実確率下での推定も行うため、ジャンプ強度やジャンプを潜在変数としたジャンプ過程を伴う非線形状態空間モデルを Markov Chain Monte Carlo Simulation で推定を行う。

2 第2章 Decomposing the Term Structures of Local Currency Sovereign Bond Yields and Sovereign Credit Default Swap Spreads

第2章では、現地通貨建て国債金利と外貨建てソブリンCDSスプレッドの期間構造の間に整合的な価格モデルを構築し、これらの期間構造を信用リスクと非信用リスクに分解する。この際、異なる通貨建ての金融商品について扱うため、国のクレジットイベント発生後の為替減価リスクを考慮している。1ドルに対するユーロの価値を表す為替の確率過程 X_t を次のように仮定する（以降、記号の定義に関する詳細は本論文を参照のこと）。

$$\frac{dX_t}{X_t} = (r_{d,t} - r_{f,t})dt + \sigma_x dw_x^d + \int_Z \delta^d(z, t)(\mu - \nu^d)(dz, dt),$$

$r_{d,t}$ はユーロ金利、 $r_{f,t}$ はドル金利、 $\delta^d(z, t)$ はクレジットイベントが発生した際にドルの価値が相対的に上昇し、ユーロの価値が低下する為替のジャンプサイズを表す。現地通貨建て国債の価格 $P_t(m)$ は、

$$P_t(m) = E^{\mathbb{Q}^d} \left[e^{-\int_t^{t+m} (r_{d,u} + \lambda_{d,u} + \gamma_{b,u}) du} \middle| \mathcal{F}_t \right] + RE^{\mathbb{Q}^d} \left[\int_t^{t+m} \lambda_{d,s} e^{-\int_t^s (r_{d,u} + \lambda_{d,u} + \gamma_{b,u}) du} ds \middle| \mathcal{F}_t \right],$$

となる。 $\lambda_{d,u}$ はクレジットイベントが発生する強度、 $\gamma_{b,u}$ は国債の流動性リスクやコンビニエンスイールドを表す可能性がある信用リスク以外のリスクを表す確率過程である。さらに、 $\bar{\delta} := 1 + \widehat{\delta}^d$ とすれば、外貨建てCDSのスプレッド $S_t(m)$ の価格式は、

$$S_t(m) = \frac{(1 - R)E^{\mathbb{Q}^d} \left[\int_t^T \bar{\delta} \lambda_s^d e^{-\int_t^s (r_u^f + \lambda_u^d + \gamma_u^c) du} ds \middle| \mathcal{F}_t \right]}{\Delta \sum_{k=1}^{m/\Delta} E^{\mathbb{Q}^d} \left[e^{-\int_t^{t+k\Delta} (r_u^f + \bar{\delta} \lambda_u^d) du} \middle| \mathcal{F}_t \right] + \frac{\Delta}{2} E^{\mathbb{Q}^d} \left[\int_t^T \bar{\delta} \lambda_s^d e^{-\int_t^s (r_u^f + \bar{\delta} \lambda_u^d) du} ds \middle| \mathcal{F}_t \right]}$$

¹ $\widehat{\delta}^d$ はクレジットイベントが発生した際にドルの価値が上昇するジャンプサイズの期待値。

であらわされる。 $\gamma_{c,u}$ はサブリン CDS の流動性リスクや convenience yield を表す可能性がある信用リスク以外のリスクを表す確率過程である。このとき、ユーロのドルに対する為替の減価率は $\widehat{\delta}^d = \frac{\delta^d}{1+\delta^d}$ であらわされる。

以上の価格式をもとに、欧州債務危機と危機後の景気拡大期の2つの時期におけるユーロ圏の国の期間構造の関係を調査した²。欧州債務危機の期間では、相対的に満期が短い国債金利において、非信用リスク要素の影響が平均で負になることが分かった。一方、満期が長い国債金利では、非信用リスク要素の重要性は低くなる。さらに、周辺国では、満期が短い国債金利において、非信用リスク要素の変動が、信用リスク要素の変動よりも大きい。一方、CDS スプレッドにおいては、危機時に信用リスク要素がより重要である結果となった。危機後の景気拡大期には、コア国では CDS スプレッドの水準が理論的な信用リスク要素よりも高く、その差は特に5年と10年において売り手に稼がれることとなっている。

モデルから推定された信用リスク、非信用リスクを表す各潜在変数に対し行った回帰分析の結果、危機時にはコア国の信用リスク要素は、現地株式市場と負の相関を示した。また、危機時においては、コア国であっても、Dufour et al. [32] とは異なり、現地株式市場が低下すると国債のспレッドが拡大することが示された。リスクフリーレートの期間構造の影響を考慮すると、国債のспレッドは信用リスクを通じて現地株式市場リスクの影響を受けることが分かった。さらに、信用リスクの高低関わらず、欧州債務危機以前の期間を研究したとの結果とは異なり、グローバルリスク要因は信用リスク要素と関連しないことが分かった。また、周辺国においては、景気拡大期において信用リスク要素が現地の株式市場とも関連している。周辺国のこれらの結果は、Dufour et al. [32] と一致する。また、信用リスク成分は、信用リスクの高低関わらず、両期間ともグローバルなディーラー銀行の規制インセンティブの代理変数と関係がある。これは Klingler and Lando [43] の結果を支持するもので、規制インセンティブは信用リスク成分を通じて価格に反映されている。コア国では、国債金利の非信用リスク要素は、主に流動性への逃避効果に関連

² $\widehat{\delta}$ は、現地通貨建て国債と、外貨建てサブリン CDS のみを用い推定した場合、安定して推定することが難しいため、ドル建てとユーロ建ての各国 CDS のデータを用い事前に推定した値を用いる。

し、その代理として KfW スプレッドが convenience yield として機能している。一方、周辺国では、危機の期間において、主に市場流動性と関係している。全体として、CDS の非信用リスク成分とリスクファクターの関係は弱く、非信用リスク成分は Badaoui et al. [8] が仮定したような流動リスクとは言えず、両グループの CDS スプレッドの変動にほとんど影響を与えないことが示された。

3 第3章 Interaction between different currency denominated sovereign credit default swap spreads and currency options

第3章では、異なる通貨建てのソブリン CDS スプレッドである quanto CDS スプレッドと通貨オプションの関係について、これらの商品間で統合的な価格モデルを用い、期間構造をリスク要素に分解する。これらのリスク要素には、ソブリン信用イベント発生時の為替レートの下落リスク、相関リスク、ソブリン信用リスクと通貨オプション市場との共通リスク要因が含まれる。このモデルをユーロ圏とイギリスの異なる通貨建てのソブリン CDS と通貨オプションに適用した。

結果として、確率ボラティリティを1ファクターとした Carr and Wu [17] と同様の為替のボラティリティモデルでは、依存構造を捉えることができず、確率ボラティリティを2ファクターとするモデルにより、欧州債務危機時のユーロ圏諸国のソブリン CDS スプレッドと通貨オプションの依存構造を捉えられることが分かった。1ユーロに対するドルの価値を表す為替の確率過程 X_t をドル (domestic) の確

率測度の下で次のように仮定する³.

$$\begin{aligned}\frac{dX_t}{X_t} &= (r_t^d - r_t^f)dt + \sqrt{v_{1,t}}dw_{1,x,t}^d + \sqrt{v_{2,t}}dw_{2,x,t}^d - \sum_{i=1}^N (\delta_{x,i}^d dJ_{1,t} - \hat{\delta}_{x,i}^d \lambda_{i,t}^d dt), \\ dv_{1,t} &= k_{v_1}^Q (\theta_{v_1}^Q - v_{1,t})dt + \sigma_{v_1} \sqrt{v_{1,t}}dw_{v_1,t}^d, \\ dv_{2,t} &= k_{v_2}^Q (\theta_{v_2}^Q - v_{2,t})dt + \sigma_{v_2} \sqrt{v_{2,t}}dw_{v_2,t}^d, \\ \lambda_{i,t}^d &= \beta_i v_{1,t} + z_{i,t}, \\ dz_{i,t} &= k_{z_i}^Q (\theta_{z_i}^Q - z_{i,t})dt + \sigma_{z_i} \sqrt{z_{i,t}}dw_{z_i,t}^z, \\ E[dw_{1,x,t}^d dw_{v_1,t}^d] &= \rho_1 dt, \quad E[dw_{2,x,t}^d dw_{v_2,t}^d] = \rho_2 dt, \\ E[dw_{v_1,t}^d dw_{v_2,t}^d] &= 0, \quad E[dw_{1,x,t}^d dw_{z_i,t}^z] = 0, \quad E[dw_{2,x,t}^d dw_{z_i,t}^z] = 0.\end{aligned}$$

$v_{1,t}$ と $v_{2,t}$ は為替の確率ボラティリティ過程で、 $v_{1,t}$ がクレジットイベントが発生する強度 $\lambda_{i,t}^d$ の一部を成すと仮定することで、CDS と為替の間の相関を捉える。また、 $z_{i,t}$ はクレジットイベントが発生する強度のうち為替の確率ボラティリティ過程と連動しない固有リスクを表す確率過程とする。このとき、ユーロ（foreign）の確率測度の下で

$$\begin{aligned}\lambda_{i,t}^f &= (1 - \hat{\delta}_{x,i}^d) \lambda_{i,t}^d, \\ dv_{1,t} &= (k_{v_1}^Q \theta_{v_1}^Q - (k_{v_1}^Q - \rho_1 \sigma_{v_1}) v_{1,t})dt + \sigma_{v_1} \sqrt{v_{1,t}}dw_{v_1,t}^f, \\ dz_{i,t} &= k_{z_i}^Q (\theta_{z_i}^Q - z_{i,t})dt + \sigma_{z_i} \sqrt{z_{i,t}}dw_{z_i,t}^z.\end{aligned}$$

と表すことができる。このとき、ドル建てのソブリン CDS スプレッド $S_t^d(m)$ 、ユーロ建てのソブリン CDS スプレッド $S_t^f(m)$ および為替オプションの価値 $c_t(m)$ は次

³前章では、現地通貨建て国債を扱うため、逆の関係であったが、本章ではドル建ての為替オプションを扱うため、投資家の観点でドルを現地通貨（domestic）として扱う。

のようにあらわされる.

$$S_t^d(m) = \frac{(1-R) \int_t^{t+m} E^{\mathbb{Q}^d} \left[e^{-\int_t^s r_u^d + \lambda_u^d du} \lambda_s^d \middle| \mathcal{F}_t \right] ds}{\Delta \sum_{k=1}^{m/\Delta} E^{\mathbb{Q}^d} \left[e^{-\int_t^{t+k\Delta} r_u^d + \lambda_u^d du} \middle| \mathcal{F}_t \right] + \frac{\Delta}{2} \int_t^{t+m} E^{\mathbb{Q}^d} \left[e^{-\int_t^s r_u^d + \lambda_u^d du} \lambda_s^d \middle| \mathcal{F}_t \right] ds},$$

$$S_t^f(m) = \frac{(1-R) \int_t^{t+m} E^{\mathbb{Q}^f} \left[e^{-\int_t^s r_u^f + \lambda_u^f du} \lambda_s^f \middle| \mathcal{F}_t \right] ds}{\Delta \sum_{k=1}^{m/\Delta} E^{\mathbb{Q}^f} \left[e^{-\int_t^{t+k\Delta} r_u^f + \lambda_u^f du} \middle| \mathcal{F}_t \right] + \frac{\Delta}{2} \int_t^{t+m} E^{\mathbb{Q}^f} \left[e^{-\int_t^s r_u^f + \lambda_u^f du} \lambda_s^f \middle| \mathcal{F}_t \right] ds},$$

$$c_t(m) = E^{\mathbb{Q}^d} \left[e^{-\int_t^{t+m} r_u^d du} (X_T - K)^+ \middle| \mathcal{F}_t \right].$$

上記の価格式に基づきソブリン CDS スプレッドの期間構造と、為替オプションの価格データに対し、パラメータの推定を行った. その結果、ソブリンリスクの強度過程と為替レートの確率的変動は、共に β_i を通じて共通のリスク要因を持っており、この共通のリスク要因が、特にイタリアとスペインの CDS スプレッドの主な要因であり、市場のストレスが高い時期に発生する. さらに同じ期間、減価リスクは quanto CDS スプレッドと通貨オプションの volatility smile の負の勾配の主な要因である. また、共通リスク要因は、通貨オプションの implied volatility を上昇させ、volatility smile の負の勾配をより急にする働きを持っている. quanto CDS の相関リスクの影響は比較的小さいが、5年満期で quanto CDS スプレッドを増加させる効果を持つ. 両市場で統合的なモデルを用いることで、Lando and Bang Nielsen [45] の結果と異なり、市場のストレスが高い時期にのみ両市場で共通要素を持ち、相関リスクよりも減価リスクが両市場においてより重要な要因となることが示された. 一方、ソブリン CDS スプレッドと通貨オプションの関係は、強度が相対的に低いイギリスでは弱い結果となった.

4 第4章 Jump risk premium in sovereign CDS spread

第4章では, Ait-Sahalia et al. [2] の研究を拡張し, ユーロ圏のソブリン CDS スプレッドにおける自己励起と相互励起を実確率とリスク中立的確率の下で捉える. このモデルをユーロ圏4カ国の2カ国の組み合わせに推定を行った. リスク中立確率測度下で, 2カ国のそれぞれのジャンプの強度 $\lambda_{i,t} (i = 1, 2)$ を次のような確率過程で表す.

$$\begin{aligned} d\lambda_{1,t} &= k_1^Q(\theta_1 - \lambda_{1,t})dt + \sigma_1 \sqrt{\lambda_{1,t}}dw_{1,t}^Q + \beta_{1,1,t}^Q dN_{1,t}^Q + \beta_{1,2,t}^Q dN_{2,t}^Q, \\ d\lambda_{2,t} &= k_2^Q(\theta_2 - \lambda_{2,t})dt + \sigma_2 \sqrt{\lambda_{2,t}}dw_{2,t}^Q + \beta_{2,1,t}^Q dN_{1,t}^Q + \beta_{2,2,t}^Q dN_{2,t}^Q, \\ \beta_{i,j}^Q &\sim \text{Exp}(b_{i,j}^Q), \end{aligned}$$

$\beta_{i,j}^Q$ はジャンプサイズ, $dN_{i,t}^Q$ は, 国 i のジャンプであり, 国 i のクレジットイベントはジャンプが発生した場合に確率 γ_i に発生しうると仮定する. リスクの市場価格について, Radon-Nikodym derivative を次のように仮定する.

$$\left. \frac{d\mathbb{P}}{d\mathbb{Q}} \right|_t = \exp \left(\sum_{i=1}^2 \left(- \int_0^t \Gamma_{i,s} dw_{i,s}^Q - \frac{1}{2} \int_0^t \|\Gamma_{i,s}\|^2 ds \right) + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{n=1}^{N_{j,t}} \log \left(\frac{f_{i,j}^P}{f_{i,j}^Q} \right) \right),$$

ここで $f_{i,j}^Q(\beta_{i,j}) = b_{i,j}^Q \exp(-b_{i,j}^Q \beta_{i,j})$, 及び $f_{i,j}^P(\beta_{i,j}) = b_{i,j}^P \exp(-b_{i,j}^P \beta_{i,j})$ はジャンプサイズが従う指数分布の確率密度関数である.

実確率測度下の確率過程を離散化すれば, 2カ国のソブリン CDS の期間構造を観測変数とした非線形状態空間モデルを導出することができる. 非線形状態空間モデルについて, マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) を用い, ユーロ圏の4カ国対し, 日次データで推定を行う.

その結果, 実確率測度の下では, アイルランドとポルトガルのジャンプが, 相互励起としてイタリアとスペインに自己励起よりも平均で大きなジャンプをもたらす結果となった. 一方で, Ait-Sahalia et al. [2] の結果と異なり, 市場見通しを反映し

たリスク中立確率測度下の期間構造上のプライシングにおいては、信用リスクが高いアイルランドとポルトガルよりも、信用リスクが低く GDP が大きいイタリアとスペインのジャンプが、アイルランドとポルトガルの期間構造をステープ化させることがわかった。よって、実確率の下での相互励起と、リスク中立確率の下での相互励起の方向が異なり、非対称性を持つ結果となった。また、リスク中立確率の下では、ソブリン CDS の期間構造の自己励起によるジャンプの大きさが、実確率の下でのジャンプサイズよりも大きい推定結果となり、ソブリン CDS のリスクプレミアムは、拡散過程よりも、自己励起のジャンプによって駆動されていることがわかった。一方で、相互励起のジャンプサイズは実確率下よりも低く、期間構造上のプライシングにおいてリスクプレミアムが要求されない結果となった。

5 結論と今後の課題

本研究では、上述の通り、ソブリン CDS スプレッドと、国債や為替オプション市場との期間構造の依存関係や、ソブリン CDS スプレッド自身の 2 か国間の期間構造の依存関係について焦点を当て、実証分析を行った。各市場間で統合的なモデルを用いることで既存研究と異なる新たな実証結果を示した。第 2 章では、先進国であるユーロ圏における現地通貨建て国債とソブリン CDS スプレッドの期間構造の関係を検証し、新興国のソブリン CDS スプレッドの期間構造において Badaoui et al. [8] や Badaoui et al. [9] らが流動性リスクが存在するとしたが、代理変数による検証を行ったところ、CDS スプレッドの非信用リスク成分において流動性リスクとの関係は確認されなかった。第 3 章では、為替オプション市場とソブリン CDS スプレッドの期間構造の関係を検証し、ユーロ市場においては、Carr and Wu [17] の 1 ファクターモデルでは両市場の関係を捉えるには不十分であり、2 ファクターモデルにより市場のストレスが高い時期に依存関係が確認されることを確認した。また、Lando and Bang Nielsen [45] と異なり、両市場間で統合的なモデルを用いることで相関リスクよりもソブリンのクレジットイベント発生に伴う為替の減価リスクが為替オ

プション市場とソブリン quanto CDS スプレッドの双方において重要な役割を果たしていることを示した。第4章では、2か国の間のソブリン CDS の依存関係において contagion が与える影響を検証し、Aït-Sahalia et al. [2] の結果とは異なり、実測度の下では自己励起、および相互励起の関係が確認されるものの、期間構造への価格付けにおいては自己励起の影響が大きくリスクプレミアムが要求されてるが、相互励起は価格付けされておらず、リスクプレミアムも要求されていないことが分かった。Aït-Sahalia et al. [2] の研究を拡張し、補完する結果を導いた。

最後に、今後の課題をいくつか挙げよう。まず、この論文に用いているモデルの前提についていくつか改良が考えられる。

第2章のソブリン CDS と国債の金利の期間構造のモデルにおいて、為替の確率過程と国のクレジットイベントの強度の間に相関がないと仮定し、為替の減価率を考慮したが、第3章のモデルと組み合わせることで相関リスクを考慮することにより、クレジットイベントによる減価リスクをより適切に評価できる。

第3章の異なる通貨建てのソブリン CDS スプレッドの差である quanto CDS スプレッドと通貨オプションの関係については、特に日次のデータで見た場合、為替のボラティリティにもジャンプが観測されるため、為替のボラティリティと国のクレジットイベントの強度にジャンプ過程を想定したモデルを用いることが今後の研究として挙げられる。ただし、ジャンプの推定とオプション価格やソブリン CDS の価格の評価において常微分方程式の数値計算が発生するため、MCMC を用いた非線形状態空間モデルの推定には計算時間を要するため、効率的な実装もしくは推定方法を用いることが課題となる。

最後に、第4章において用いた1年満期のソブリン CDS と5年満期のソブリン CDS では同じ国でも変動特性がやや異なるため、ジャンプのタイミングが異なる場合がある。そのため、本研究では、5年満期のソブリン CDS の観測誤差が最も小さくなるように推定を行っているが、同時に推定を行うとほとんどジャンプが検出されなくなる。それぞれの満期のジャンプの傾向が異なるため、1年満期のソブリン CDS のジャンプの contagion リスクの結果は異なる可能性がある。また、Monfort

et al. [52] では, contagion リスクと frailty リスクを両者考慮している. Monfort et al. [52] のように複数国の間での共通要素として frailty を表す要素を含め推定を行うことは, 課題であり, 特に第3章のモデルにおける為替オプション市場との共通要素が frailty の要素として働く可能性もあるため, 為替オプション市場との関係も含めた推定は今後の課題である.

さらに, 本研究では信用リスクが上昇する正のジャンプのみを考慮したが, 実際には当局の介入による負のジャンプも観測されるため, 負のジャンプを考慮することも課題となる.