

[博士論文審査要旨]

申請者：鈴木 清

論文題目 ペア・トレーディングによる最適投資戦略の理論的拡張および数値解について

審査員 中川 秀敏、中村 信弘、本多 俊毅

ペア・トレーディングとは、ファンダメンタルなどの特性が類似している企業など、ふたつの投資対象資産を選び、両者の価格が一時的に乖離した時に一方を買い持ち、他方を空売りすることで、価格乖離が解消されまでの投資から収益を得ようとする証券投資手法である。本論文の目的は、ペア・トレーディングに関する最適投資戦略問題を、連続時間モデルを用いて考察することである。投資家の目的関数として、取引戦略から得られるリターンから取引コストを控除した値の現在価値、あるいはそれから資産価値の変動に伴うリスクを控除したものを考える。取引コストの存在を仮定するため、最適戦略は離散時間間隔でポジション変更する戦略となる。取引期間には期限を設けず、決められた回数の取引が可能であるとして最適投資問題を設定するため、最適解は時刻に依存せず、投資対象資産の価格に応じて取引戦略を決定することになる。

分析対象とする最適投資戦略問題は、いわゆる最適スイッチ問題 (optimal switching problem) に分類され、投資を開始する、投資から撤退するといった複数の戦略を切り替える最適なタイミングを求める最適化問題となっている。最適スイッチ問題のファイナンス分野での先行研究としては、実物資産の最適な購入 (または売却) のタイミングを求める問題や、ペア・トレーディング問題における取引ポジション構築・解消のタイミングを求める2 レジーム問題が見られるが、多くの先行研究では投資ポジションの変更を一度だけ行う状況が想定されている。これに対して本論文では、ペア・トレーディングの売買ポジションの構築・解消・反転を繰り返し行うという3 レジームの最適化問題を想定することで、既存研究の拡張が図られている。このため、本論文では売買ポジションを変更するタイミングに加えて、どのポジションに変更するかという意思決定を行う必要があり、最適化問題としてより高度で複雑な問題となっており、最適解の導出が難しくなっている。

既存論文に対する本論文の主要な貢献は、次のとおりである。

第1に、最適化問題の構造を単純化する工夫を行って、複雑な最適化問題の解法を導いた。具体的には、買い (売り) ポジションから売り (買い) ポジションに反転させるという投資戦略を、同一時点でポジションの解消と再構築を同時に行う (同時スイッチ) ものとみなす

ことで問題を単純化し、買い(売り)ポジションを解消するのが最適である価格領域の中に、さらに売り(買い)ポジションに移動することが最適であるという価格領域を特定化することで最適化問題の解を求めるという手法が提案されている。

第2に、1980年代前半に、偏微分方程式の解を一般化するものとして Crandall and Lions らによって導入された粘性解の概念を用いて最適解の導出を示した。粘性解の一意性を示すために用いられる比較原理を本論文でとりあげているペア・トレーディング問題に則した形で定式化することで、最適解を求めるうえで用いられる値関数を導出している。本論文で扱っている最適化問題について、動的計画原理から状態変数空間上で満たすべき二階線形微分方程式と、ポジション変更を行う価格領域上で満たすべき値関数の関係性を組み合わせた Hamilton-Jacobi-Bellman 変分不等式 (HJB-variational inequality) を導出し、値関数とその粘性解となることを示したうえで、粘性解の一意性を利用して値関数を求めている。粘性解の一意性を示すために利用される比較原理は、考察している最適化問題にあわせて定式化する必要が生じるが、本論文で扱う最適化問題の文脈にあわせて独自に導出、証明が行われている。

第3に、上記の理論的考察を踏まえたうえで、実際の証券市場データを用いながら、動的最適化問題の値関数を数値的に求めることで、最適解を具体的に導出した。上記の理論的な分析で用いた粘性解についての議論は、純粋に数学的なものであるため、具体的な数値解を求める際には直接利用することが難しい。そこで、本論文では投資ポジションを維持・変更する各領域において動的最適原理から導かれる古典的な一般解表現を、領域ごとにつなぎ合わせることで全体の領域に拡張し、その拡張された関数がもともとの変分方程式の粘性解に一致することを示している。そのうえで、古典的な一般解表現の数値解を利用しながら最適解を導出する方法を提示している。

本論文は、次のように構成されている。まず、第1章で先行研究の要約と、本論文の主要な貢献についてまとめられている。第2章では数理モデルの定式化と、最適化問題の解法に関する命題とその証明について説明されている。第3章では、取引コスト・資産価格の平均回帰強度、資産ボラティリティなどのモデルパラメータに関する感応度分析を行い、導出された最適解の特徴を探っている。第4章では、最適解を数値的に計算する際の理論的問題点と、数値計算上の問題点について論じられている。第5章では、資産市場の価格データを用いて実践的なシミュレーションと実証分析が行われている。

本論文に残された問題点を指摘しておきたい。ペア・トレーディングの対象となるふたつの資産の価格乖離が、平均回帰性という特徴を有する拡散過程である Ornstein-Uhlenbeck process で記述されているが、実際の資産価格に見られる変動特性を記述する価格モデルと

しては十分な汎用性を持つモデルとは言えず、この点については一層の研究の進展が期待される。また、全体的に論文の記述が過度に複雑であるため、理論・実務の両面で認められる貢献部分を読み解くことが難しくなっている。理論モデルの記述や、主要な貢献の重要な点を簡潔に述べるなど、論文全体の記述を改善することにより、本論文の貢献部分をより広範な読者に訴えかけることができるはずである。このように改善すべき点が残されるものの、本論文はペア・トレーディングにおける最適投資戦略の学術研究として十分な成果があげられている。

よって、審査員一同は、所定の試験結果をあわせ考慮して、本論文の筆者が一橋大学学位規則第5条第1項の規定により一橋大学博士（経営）の学位を受けるに値するものと判断する。